**A. GIẢI TÍCH:**

**I. PHƯƠNG TRÌNH MŨ**

**1. Phương pháp: Biến đổi phương trình về dạng cơ bản: aM = aN M = N và **

**Ví dụ 1**: Giải các phương trình sau : 

**HD:** 



Vậy phương trình có nghiệm: 

**Ví dụ 2**: Giải các phương trình sau : 

**HD: **

****

Vậy phương trình có nghiệm: 

**Ví dụ 3**: Giải phương trình sau : 

**HD:** 

****

Vậy phương trình có nghiệm: 

**Ví dụ 4**: Giải phương trình sau : 

**HD: **

Vậy phương trình có nghiệm: 

**2. Phương pháp: Đặt ẩn phụ chuyển về phương trình đại số(Dạng 1)**

**Ví dụ 1**: Giải các phương trình sau : 

**HD:** 

** (\*)**

Đặt (các em có thể đặt t = 3x+4 )

Phương trình (\*)****

Với 

Với 

Vậy phương trình có nghiệm: 

**Ví dụ 2**: Giải các phương trình sau : 

**HD:**  (\*)

Đặt 

Phương trình (\*)

Với 

Vậy phương trình có nghiệm: 

**Ví dụ 3**: Giải các phương trình sau : 

**HD:**  (\*)

Đặt 

Pt (\*)

Với 

Vậy phương trình có nghiệm: 

**Dạng 2:** 

\* **Cách giải : *Chia hai vế của pt cho* a2x hoặc b2x ; (a2f(x) hoặc b2f(x))**

**Ví dụ tương tự** : Giải các phương trình sau:

**1)** 6.9x - 13.6x + 6.4x = 0;  **2**). 2.22x - 9.14x + 7.72x = 0; **3**.) 25x + 10x = 22x + 1

**3.** **Phương pháp: Lấy logarit hai vế**

**Ví dụ 1**: Giải phương trình sau : 

**HD:** Lấy logarit hai vế với cơ số 8, ta được











Vậy phương trình có nghiệm: 

**Ví dụ 2**: Giải phương trình sau : 

**HD:** Lấy logarit hai vế với cơ số 3, ta được







Vậy phương trình có nghiệm: 

**4. Phương pháp: *Sử dụng tính đơn điệu của hàm số mũ, nhẩm nghiệm và sử dụng tính đơn điệu để chứng minh nghiệm duy nhất (thường là sử dụng công cụ đạo hàm)***

***Ta thường sử dụng các tính chất sau:***

* ***Tính chất 1:*** Nếu hàm số f tăng ( hoặc giảm ) trong khỏang (a;b) thì phương trình f(x) = C có không quá một nghiệm trong khỏang (a;b). ( do đó nếu tồn tại x0  (a;b) sao cho f(x0) = C thì đó là nghiệm duy nhất của phương trình f(x) = C)
* ***Tính chất 2 :*** Nếu hàm f tăng trong khỏang (a;b) và hàm g là hàm một hàm giảm trong khỏang (a;b) thì phương trình f(x) = g(x) có nhiều nhất một nghiệm trong khỏang (a;b) . ( do đó nếu tồn tại x0  (a;b) sao cho f(x0) = g(x0) thì đó là nghiệm duy nhất của phương trình f(x) = g(x))

**Ví dụ** : Giải các phương trình sau : 

**HD:**  (\*)

Ta có  là nghiệm của phương trình (\*) vì 

Ta chứng minh đây là nghiệm duy nhất.

Thật vậy, xét 

Ta có  **NB** trên R vì , . Do đó

+ Với  thì  hay , nên pt (\*) không thể có nghiệm 

+ Với  thì  hay , nên pt (\*) không thể có nghiệm 

Vậy phương trình chỉ có một nghiệm duy nhất 

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN:**

***Giải các phương trình sau:***

1/ 

2/ 

3/ 

4/ 

5/ 

6/ 

7/ 

8/

9/ 

10/ 

11/ 

12/ 

13/

14/ 

1. **PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT**
   1. **Phương pháp : Đưa về dạng cơ bản: và **

**Ví dụ 1 :** Giải phương trình sau : 

**HD:**  (1)

Điều kiện: 

Do đó phương trình



Vậy phương trình có nghiệm: 

**Ví dụ 2 :** Giải phương trình sau : 

**HD:**  (1)

Điều kiện: 

Phương trình 



Vậy phương trình có nghiệm 

**2. Phương pháp : Đặt ẩn phụ chuyển về phương trình đại số.**

**Ví dụ 1**: Giải các phương trình sau : ****

**HD:**  (1)

Điều kiện: 

Phương trình ****

Đặt 

Lúc đó: ****

Vậy phương trình có nghiệm 

**Ví dụ 2**: Giải các phương trình sau :

**HD:**  (1)

Điều kiện: 

Phương trình 

(2)

Đặt 

Lúc đó: phương trình (2) 

 thỏa (\*)

Vậy phương trình có nghiệm 

**3. Phương pháp: Mũ hóa hai vế:**

**Ví dụ**: 

Điều kiện: 



Vậy phương trình có nghiệm 

**4. Phương pháp: *Nhẩm nghiệm và sử dụng tính đơn điệu để chứng minh nghiệm duy nhất (thường là sử dụng công cụ đạo hàm)***

***Ta thường sử dụng các tính chất sau:***

* ***Tính chất 1:*** Nếu hàm số f tăng ( hoặc giảm ) trong khỏang (a;b) thì phương trình f(x) = C có không quá một nghiệm trong khỏang (a;b). ( do đó nếu tồn tại x0  (a;b) sao cho f(x0) = C thì đó là nghiệm duy nhất của phương trình f(x) = C)
* ***Tính chất 2 :*** Nếu hàm f tăng trong khỏang (a;b) và hàm g là hàm một hàm giảm trong khỏang (a;b) thì phương trình f(x) = g(x) có nhiều nhất một nghiệm trong khỏang (a;b) . ( do đó nếu tồn tại x0  (a;b) sao cho f(x0) = g(x0) thì đó là nghiệm duy nhất của phương trình f(x) = g(x))

**Ví dụ** : Giải các phương trình sau : 

**HD:**  (1)

Điều kiện: 

Ta có  là nghiệm của phương trình (\*) vì 

Ta chứng minh đây là nghiệm duy nhất.

Thật vậy, hàm số  đều có các cơ số lớn hơn 1 nên các hàm số đó đồng biến.

+ Với , ta có:

|  |
| --- |
| + |
|  |

Suy ra, phương trình (1) vô nghiệm khi 

+ Với , ta có:

|  |
| --- |
| + |
|  |

Suy ra, phương trình (1) vô nghiệm khi 

Vậy phương trình chỉ có một nghiệm duy nhất 

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN: *Giải các phương trình sau***

1/ 

2/ 

3/ 

4/ 

5/ 

6/ 

7/ 

8/ 

9/

10/ 

**PHẦN TRẮC NGHIỆM :**

**PHƯƠNG TRÌNH MŨ:**

**Câu 1.** Tập nghiệm phương trình :  là

**A.** ∅ . **B.** {2 ; 4}. **C.** {0 ; 1}. **D.** {0 ; 2}.

**Câu 2.** Phương trình  có tích các nghiệm là

**A.** 2 **B.** 3/2 **C.** 1 **D.** 3

**Câu 3.** Phương trình  có tổng các nghiệm là

**A.** 4 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 7

**Câu 4.** Phương trình  có nghiệm thuộc khoảng nào sau đây?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 5.** Tổng các nghiệm của phương trình  là

**A.** – 2 **B.** – 2 **C.** – 4 **D.** 4

**Câu 6.** Số nghiệm của phương trình:  là

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Câu 7.** Phương trình  có nghiệm thuộc khoảng nào sau đây?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 8.** Phương trình  có tổng các nghiệm là

**A.** 2 **B.** – 2 **C.** – 1 **D.** 0

**Câu 9.** Phương trình  có tích các nghiệm là

**A.** 0 **B.** 2 **C.** – 2 **D.** – 1

**Câu 10.** Nghiệm của phương trình  là một phân số. Tích của tử và mẫu phân số đó bằng

**A.** 2 **B.** – 4 **C.** – 2 **D.** 4

**Câu 11.** Cho phương trình  . Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?

**A.** Phương trình có ít nhất 1 nhiệm **B.** Phương trình có đúng 2 nghiệm

**C.** Phương trình có vô số nghiệm **D.** Phương trình vô nghiệm

**Câu 12.** Nghiệm của phương trình có nghiệm dạng  . Khi đó 

**A.** 20 **B.** 11 **C.** – 20 **D.** 13

**Câu 13.** Nghiệm của phương trình  có dạng  . Khi đó tích 

**A.** – 5 **B.** – 2 **C.** – 4 **D.** 4

**Câu 14.** Nghiệm của phương trình  có dạng  . Khi đó tổng 

**A.** – 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 3

**Câu 15.** Tổng các nghiệm của phương trình  là

**A.** 1 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 6

**PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT:**

**Câu 1.** Phương trình  có tổng các nghiệm là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 2.** Tích các nghiệm của phương trình  là

**A.** – 64 **B.** – 16 **C.** 8 **D.** – 81

**Câu 3.** Tích các nghiệm của phương trình  là

**A.** – 24 **B.** – 4 **C.** 0 **D.** – 5

**Câu 4.** Phương trình  có nghiệm là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 5.** Nghiệm của phương trình  có dạng  . Khi đó tổng 

**A.**11 **B.** 21 **C.** 17 **D.** 18

**Câu 6.** Tập nghiệm của phương trình  là

**A.** **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 7.** Phương trình  có nghiệm là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 8.** Phương trình  có tổng các nghiệm là

**A.** 2 **B.** – 2 **C.** 1 **D.** 3

**Câu 9.** Phương trình  có tổng các nghiệm là

**A.** 2 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 0

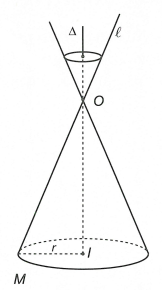
**Câu 10.** Phương trình  có tập nghiệm

**A.** {3} **B.** {5} **C.** {3;5} **D.**{-3;3}

**B. HÌNH HỌC:**

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA

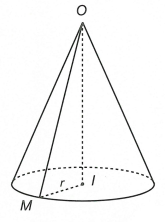
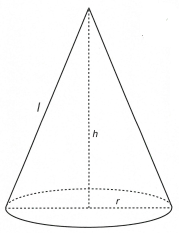
MẶT NÓN



MẶT NÓN TRÒN XOAY

Diện tích toàn phần

Thể tích



Diện tích đáy

Phần không gian được giới hạn bởi một hình nón tròn xoay kể cả hình đó ta gọi là khối nón tròn xoay hay ngắn gọn là khối nón.

KHỐI NÓN TRÒN XOAY

CÁC CÔNG THỨC

Diện tích xung quanh

Trong mặt phẳng . Cho hai đường thẳng Δ và  cắt nhau tại O và tạo thành góc . Khi quay mặt phẳng  xung quanh Δ thì đường thẳng  sinh ra một mặt tròn xoay đỉnh O gọi là mặt nón tròn xoay.

Cho  vuông tại I quay quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình, gọi là hình nón tròn xoay.

HÌNH NÓN TRÒN XOAY

**TRẮC NGHIỆM MẶT NÓN:**

**Câu 1.** Hình nón có đường sinh  và hợp với đáy góc . Diện tích toàn phần của hình nón bằng:

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 2**. Cho hình nón có bán kính đáy  và độ dài đường sinh . Tính diện tích xung quanh  của hình nón đã cho.

A. . B. . C. . D. .

**Câu 3.** Cho hình nón đỉnh  có bán kính đáy , góc ở đỉnh bằng . Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 4:** Trong không gian, cho tam giác  vuông tại ,  và . Độ dài đường sinh  của hình nón nhận được khi quay tam giác  xung quanh trục  bằng:

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 5.** Thiết diện qua trục hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng  Diện tích toàn phần và thể tích hình nón có giá trị lần lượt là:

**A**.  và  **B**.  và 

**C**.  và  **D**.  và 

**Câu 6:** Cho hình chóp tứ giác đều  có các cạnh đều bằng . Tính thể tích *V* của khối nón đỉnh *S* và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác *ABCD*.

A.  B.  C.  D. 

**Câu 7:**  Cạnh bên của một hình nón bằng . Thiết diện qua trục của nó là một tam giác cân có góc ở đỉnh bằng . Diện tích toàn phần của hình nón là:

**A**.. **B**. . **C**. . **D**..

**Câu 8:**  Cho mặt cầu tâm , bán kính . Một hình nón có đỉnh là  ở trên mặt cầu và đáy là đường tròn tương giao của mặt cầu đó với mặt phẳng vuông góc với đường thẳng  tại  sao cho . Độ dài đường sinh  của hình nón bằng:

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 9:** Cho tứ diện đều  có cạnh bằng . Hình nón  có đỉnh  và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác . Tính diện tích xung quanh  của .

A.  B.  C.  D. 

**Câu 10.** Cho hình nón đỉnh  có đáy là hình tròn tâm , bán kính . Dựng hai đường sinh  và , biết  chắn trên đường tròn đáy một cung có số đo bằng , khoảng cách từ tâm  đến mặt phẳng  bằng .

Đường cao  của hình nón bằng:

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 11.** Cho hình nón đỉnh  có đáy là hình tròn tâm . Dựng hai đường sinh  và , biết tam giác  vuông và có diện tích bằng . Góc tạo bởi giữa trục  và mặt phẳng  bằng . Đường cao  của hình nón bằng:

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 12.** Cho hình nón đỉnh , đường cao . Gọi  là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ  đến  bằng  và  . Độ dài đường sinh  của hình nón bằng:

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 13**. Trong không gian cho tam giác *ABC* vuông tại *A*,  và . Tính thể tích *V* của khối nón nhận được khi quay tam giác *ABC* quanh cạnh *AC*.

A.  B.  C.  D. 

**Câu 14.** Một hình nón có bán kính đáy , góc ở đỉnh là . Một thiết diện qua đỉnh nón chắn trên đáy một cung có số đo . Diện tích của thiết diện là:

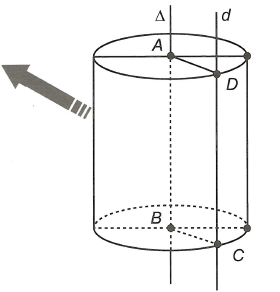
**A**.. **B**. . **C**. . **D**. .

**Câu 15:** Cho hình chóp tam giác đều  có cạnh đáy bằng , khoảng cách từ tâm  của đường tròn ngoại tiếp của đáy  đến một mặt bên là . Thể tích của khối nón ngoại tiếp hình chóp  bằng:

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA

MẶT TRỤ



MẶT TRỤ TRÒN XOAY

Trong mp , cho hai đường thẳng  và d song song với nhau, cách nhau một khoảng r. Khi quay mp  xung quanh  thì đường thẳng d sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt trụ tròn xoay.

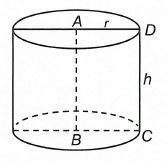
KHỐI TRỤ TRÒN XOAY

Phần không gian được giới hạn bởi một hình trụ tròn xoay kể cả hình trụ đó ta gọi là khối trụ tròn xoay hay ngắn gọn là khối trụ.

HÌNH TRỤ TRÒN XOAY

Ta xét hình chữ nhật ABCD. Khi quay hình đó xung quanh đường thẳng chứa một cạnh, chẳng hạn cạnh AB thì đường gấp khúc ADCB tạo thành một hình được gọi à hình trụ tròn xoay hay gọi tắt là hình trụ.

CÁC CÔNG THỨC



Diện tích xung quanh

Thể tích

Diện tích toàn phần

Diện tích đáy

**TRẮC NGHIỆM MẶT TRỤ:**

**Câu 1.** Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh bằng . Thể tích khối trụ bằng:

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 2**. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng  và có độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính *r* của đường tròn đáy.

A.  B.  C.  D. 

**Câu 3.** Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng  và có chiều cao bằng  Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình lần lượt có giá trị là:

**A**.  và . **B**.  và .

**C**.  và . **D**.  và .

**Câu 4.** Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh có cạnh bằn . Diện tích toàn phần của khối trụ bằng:

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 5.** Một hình trụ có bán kính đáy , chiều cao hình trụ . Một hình vuông có các đỉnh nằm trên hai đường tròn đáy sao cho có ít nhất một cạnh không song song và không vuông góc với trục hình trụ. Khi đó cạnh của hình vuông bằng bao nhiêu?

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 6.** Bán kính đáy hình trụ bằng , chiều cao bằng . Độ dài đường chéo của thiết diện qua trục bằng:

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 7.** Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng  và có chiều cao bằng  Hai điểm  lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa  và trục của hình trụ bằng . Khoảng cách giữa  và trục của hình trụ bằng:

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 8**. Cho hình hộp chữ nhật  có . Tính diện tích toàn phần  của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật *ABCD* và .

A.  B. 

C.  D. 

**Câu 9.** Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm  và , bán kính bằng chiều cao và bằng . Trên đường tròn tâm  lấy điểm , trên đường tròn tâm  lấy điểm  sao cho . Thể tích của khối tứ diện  bằng:

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 10.** Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn  và , thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Gọi  là hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn  và . Biết  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  và  bằng . Bán kính đáy bằng:

**A**.  **B**.  **C**.  **D**. 

**Câu 11.** Trong không gian, cho hình chữ nhật  có  và . Gọi  lần lượt là trung điểm của  và . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục , ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:

**A**.. **B**. . **C**.. **D**..

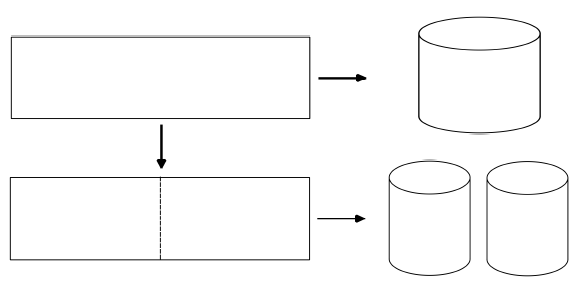
**Câu 12.** Một tấm nhôm hình chữ nhật có hai kích thước là  và  ( là độ dài có sẵn). Người ta cuốn tấm nhôm đó thành một hình trụ. Nếu hình trụ được tạo thành có chu vi đáy bằng  thì thể tích của nó bằng:

**A**.. **B**. . **C**.. **D**..

**Câu 13.** Một tấm nhôm hình chữ nhật có hai kích thước là  và  ( là độ dài có sẵn). Người ta cuốn tấm nhôm đó thành một hình trụ. Nếu hình trụ được tạo thành có chiều dài đường sinh bằng  thì bán kính đáy bằng:

**A**.. **B**. . **C**.. **D**..

**Câu 14.**Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước , người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng , theo hai cách sau (xem hình minh họa sau đây):



● **Cách 1**: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

● **Cách 2**. Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm tôn bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu  là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và  là thể tích của thùng gò được theo cách 2. Khi đó tỉ số  bằng:

**A**.. **B**. . **C**.. **D**..

**Câu 15.** Một hộp sữa hình trụ có thể tích  (không đổi) được làm từ một tấm tôn có diện tích đủ lớn. Nếu hộp sữa chỉ kín một đáy thì để tốn ít vật liệu nhất, hệ thức giữa bán kính đáy  và đường cao  bằng:

**A**.. **B**. . **C**.. **D**..